***Тема:*** Синтез автоматов

***Общие теоретические положения***

***Эксперименты с автоматами. Синтез автоматов по дереву управления***

Существуют ситуации, когда не дано общее описание поведения проектируемого автомата, но известно, во что автомат перерабатывает входные слова.

Данную ситуацию можно характеризовать следующим образом. Пусть задан автомат, называемый "черный ящик", о внутренней структуре которого ничего или почти ничего не известно. На вход автомата можно подавать входные слова и наблюдать соответствующие выходные слова. Требуется расшифровать его, т.е. построить абстрактный автомат, работающий так же, как и "черный ящик".

Такой подход называется **экспериментальным**.

Эксперименты могут быть кратные и простые, оба в свою очередь могут быть условными и безусловными.

Для *кратных экспериментов* характерным является наличие кнопки возврата в начальное состояние. Перед очередным вопросом автомат переводится в начальное состояние.

При *простых экспериментах* кнопка возврата отсутствует. Каждый следующий вопрос задается "черному ящику" в том состоянии, в котором он оказался в результате ответа на предыдущий вопрос.

В *Условных экспериментах* очередной вопрос зависит от ранее заданных вопросов.

В *безусловных экспериментах* каждый очередной вопрос не зависит от ранее заданных вопросов и ответов. Все вопросы уже заранее фиксированы.

При безусловных экспериментах осуществляется полный перебор всех допустимых слов одной установленной длины. Число экспериментов в этом случае определяется как .

В условных экспериментах используется априорная информация: r - степень различимости автомата.

Алгоритм организации условного эксперимента.

1. Построить дерево высотой h0=r+1
2. Выделить базис для k-го яруса (k=1, 2, 3 …)
3. Продолжить эксперимент на 1 букву, т.е. перейти на следующий ярус только относительно вершин найденного базиса.
4. Перейти к п.2. и продолжить выделять базис для k=k+1 до «насыщения», т.е. до тех пор, пока будут появляться новые неразличимые вершины. Как только будет получено, что все новые вершины являются неразличимыми с ранее поименованными, будет достигнуто состояние «насыщения».

Результаты эксперимента удобно представлять в виде дерева, которое называется **деревом управления**. Корнем дерева управления является начальное состояние.

Высота дерева h определяется количеством ярусов и соответствует длине входных/выходных слов.

Вершины 1-го яруса отображают реакции автомата на все слова длины 2 и т.д.

Каждый путь в дереве определяет входное слово.

При построении дерева (в поведенческой теории) следует придерживаться соглашений:

На дереве управления входные буквы не пишутся, а подразумевается, что они следуют в заранее определенном порядке; на ребрах дерева запись производится только выходных букв.

Вершины дерева нумеруются по мере перехода на старшие яруса слева-направо.

Для записи порядка следования входных букв используют схему, называемую ключом дерева. Например, задан входной алфавит X={0, 1}, тогда ключ будет выглядеть следующим образом: по левой ветви будет выполняться переход на следующий ярус, если на вход поступает 0, а по левой ветви – если на вход поступает 1. Можно и наоборот – все зависит от поставленной задачи и желания исследователя.



Переход от дерева управления к представлению автомата в виде графа с меньшим числом состояний называют сверткой дерева управления. Свертка состоит из 2-х этапов: 1) Выделение базиса; 2) Построение граф-схемы переходов.

**Правила Выделения базиса.**

1. Вершины дерева именуются по мере перехода на старшие яруса и внутри слева-направо.
2. Вершины неразличимые с уже поименованными вершинами именуются аналогично. Если вершина неразличима с несколькими вершинами, то она именуется списком имен этих вершин.
3. Базис составляют вершины, в которые существует путь из начальной вершины (корня). Имена вершин, составляющих базис должны быть различны. Т.О. вершины с повторяющимися именами на более верхних ярусах исключаются из рассмотрения.

**Правила построения граф-схемы переходов.**

1. Любой вершине базиса ставится в соответствие состояние: .
2. Образование дуг графа
* если  смежные, то из в направляется дуга, которой приписывается соответствующие входная и выходная буквы.
* если  смежные, при чем вершина  имеет обозначение  , то дуга направляется из вершины  в одну из вершин  или  .

Таким образом, процедура построения автомата по дереву управления неоднозначна. Но при этом все полученные автоматы являются эквивалентными.

Именование вершин дерева.

Корень дерева именуется сразу . Для остальных вершин именование выполняется следующим образом: для именования очередной вершины вырезается поддерево с корнем в этой вершине и последовательно совмещается с поддеревьями уже поименованных вершин. Если выходные реакции на ребрах сравниваемых поддеревьях совпадут, то неименованной вершине приписывается имя вершины, с поддеревом которой выходные реакции совпали. Эти вершины будут называться неразличимыми.







**Пример1.** Построить автомат, различающий четные и нечетные двоичные 4-х разрядные числа, поступающие на вход автомата старшими разрядами. Использовать безусловный кратный эксперимент.

**Решение:**

1. Определение входного и выходного алфавита

Входной алфавит основывается на двоичном алфавите, т.к. на вход поступают разряды двоичных чисел, следовательно, X={0, 1}.

Из условия задачи следует, что на выходе автомата должна появляться реакция о четности или нечетности поступившего 4-х разрядного числа, тогда выходной алфавит должен содержать Ч – четное число, Н – нечетное число.

Пока на вход автомата поступили не все разряды числа, автомат находится в состоянии ожидания, поэтому в этом случае его выходная реакция О – ожидание. Y={Ч, Н, О}.

1. Идея построения автомата

Цифры числа (разряды) поступают на вход автомата последовательно, следовательно и анализировать их надо последовательно. На вход могут поступить числа от 0000 до 1111. Пока на вод не поступит последний младший разряд – на выходе автомата реакция О (ожидание). После поступления последнего разряда если пришла 1, то реакция – Н (число нечетное), если поступил 0 – реакция Ч (число четное). Т.о. происходит полный перебор.

1. Дерево

Ключ дерева: 



Базис B={V0, V1, V2, V3}

1. Граф

Вершинам базиса сопоставляются вершины графа автомата.

V0→S0 V1→S1 V2→S2 V3→S3



**Пример 2.** Построить автомат, определяющий все слова в алфавите A={a, b, - пробел}, длины которых больше двух букв. Использовать безусловный кратный эксперимент.

Примечание. 1) Пустое слово, т.е. считать ≤2; 2) Для определения длины слова на вход автомата подается только три первых символа.

**Решение:**

1. Определение входного и выходного алфавита

Входной алфавит соответствует алфавиту А из условия задачи, следовательно, X={ a, b, - пробел }.

Из условия задачи следует, что на выходе автомата должна появляться реакция о длине поступившего слова, тогда выходной алфавит должен содержать О- «ожидание», соответствует отсутствию окончательного ответа; ≤2 – слово меньше или равно двум символам; >2 – слово больше двух символов. Y={ О, ≤2, >2}.

1. Идея построения дерева.

На вход может поступить любая комбинация из символов входного алфавита, следовательно необходимо рассмотреть все возможные сочетания. Появление пробела свидетельствует о том, что слово закончилось, например, при поступлении комбинации ab - выходная реакция будет «≤2», длина слова составляет 2 символа, а пробел – признак конца слова.

1. Дерево



1. Граф автомата



Базис B={V0, V1, V2 }

Вершинам базиса сопоставляются вершины графа автомата.

V0→S0 V1→S1 V2→S2



**Пример 3.** Построить автомат, выполняющий функцию y=x/3. Числа x – двоичные 4-разрядные поступают на автомат младшими разрядами. X∈{3, 6, 9, 12, 15}. При синтезе использовать условный эксперимент при r=2.

**Решение:**

1. Определение входного и выходного алфавита

Входной алфавит соответствует X={0, 1}.

Выходной алфавит соответствует Y={0, 1}, т.к. на выходе должен появляться результат деления на 3 входных двоичных 4-х разрядных чисел.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | x/3 |  | XМл.р. ст.р. | Y=X/3 |
| 0011 | 0001 |  | 1100 | 1000 |
| 0110 | 0010 |  | 0110 | 0100 |
| 1001 | 0011 |  | 1001 | 1100 |
| 1100 | 0100 |  | 0011 | 0010 |
| 1111 | 0101 |  | 1111 | 1010 |

h0=r+1, h0=3

1. Дерево

Ключ дерева: 



Базис B={V0, V1, V2 }

1. Граф



***Синтез автомата по регулярным выражениям.***

Основные правила

 - итерация

 - усеченая итерация

Приоритеты выполнения операций

1. 

2. 

3. 

Любые отступления от этого порядка выполнения операций обозначаются путем введения круглых скобок.

Для описания регулярных событий будем пользоваться системой основных событий, т.е. некоторыми стандартными заготовками.



1. Событие, состоящее из всех слов входного алфавита, называется универсальным (всеобщим) и имеет вид



2. Событие, включающее все возможные слова, состоящие из букв: , например 





3. Событие, содержащее все слова, оканчивающиеся буквой 



4. Событие, содержащее все слова, оканчивающиеся отрезком слова 



5. Событие, состоящее из всех слов, имеющих начальный и конечный отрезки *l*1 и *l*2 соответственно



6. Событие, содержащее все слова, в которых хотя бы один раз встречается отрезок *l*1 в любом месте



7. Событие, содержащее только одно-буквенные слова входного алфавита



8. Событие, содержащее только двух-буквенные слова входного алфавита



9. Событие, содержащее все слова из букв входного алфавита длины n



10. Событие, содержащее все слова из букв входного алфавита длины кратной n



11. Событие, состоящее из всех слов, которые начинаются буквами *xi* или *xk*



12. Событие, состоящее из всех слов алфавита , не содержащее комбинации букв  и оканчивающееся на буквой 



13. Событие, состоящее из всех слов алфавита , не содержащее комбинации букв  и оканчивающееся на буквой 



14. Событие, состоящее из всех слов алфавита , не содержащее серии из r букв  и оканчивающееся на буквой 



**Пример 1.** Записать событие, состоящее из всех слов алфавита , которые начинаются буквой  или , а заканчиваются отрезком 

**Решение:** используя п.п. 11, 1, 4 получим 

**Пример 2.** Составить регулярные выражения для автомата А, сравнивающего два двоичных числа. Количество разрядов в числах произвольно. Окончание чисел фиксируется буквой . Сравниваемые числа имеют одинаковое количество разрядов. Числа подаются на вход начиная с младших разрядов.

Если 1-е число < 2-го, то А выдает сигнал y1, 

Если 1-е число > 2-го, то А выдает сигнал y2, 

Если 1-е число = 2-e, то А выдает сигнал y3, 

**Решение:** На вход поступают пары двоичных цифр 00, 01, 10, 11. Первая цифра относится к 1-му числу, вторая – ко 2-му. Эти комбинации можно закодировать как  , тогда входным алфавитом будет 

Регулярные выражения будут описывать все условия "если".

1.) Событие, которое отражает равенство входных цифр, а также и чисел – сигнал y3, , и по условию должно заканчиваться буквой .



2.) Событие для сингала y1,  будет содержать все слова, в которых после произвольной комбинации букв  обязательно следует буква , т.е. . После сигнала/буквы  на вход автомата могут поступать только одинаковые комбинации, т.е.  или , т.е. . Окончание сравниваемых чисел обозначается буквой .

При объединении данных рассуждений в единое регулярное выражение, получим:



3.) Рассуждения для записи события, соответствующего сигналу y2,  аналогичны п.2.



Для проверки сравним числа 

Получено следующее выражение: 

До 7 разряда следует произвольная комбинация букв , т.е. , в 7 разряде находится буква , а затем следуют токо одинаковые комбинации, т.е. буквы  или . Таким образом получаем, что первое число меньше второго, т.е. 

**Пример 3.** Составить регулярные выражения для автомата, выполняющего функции дешифратора. На вход дешифратора поступают 3-х разрядные двоичные числа. После подачи цифры старшего разряда дешифратор выдает один из сигналов , в зависимости от того, какое из чисел  поступило на вход дешифратора.

**Решение:** Цифры 0 и 1 3-х разрядных двоичных чисел поступают на вход последовательно, пусть  - соответствует поступлению на вход 0,  - поступление 1, поэтому входной алфавит . Использование 0 и 1 во входном алфавите для последующей записи регулярных выражений может привести к путанице и сокращению булевых выражений, что делать в данном случае нельзя, т.е. .

До подачи на вход автомата какого-либо 3-разрядного числа, могли поступать другие 3-х разрядные числа, таким образом  - событие, описывающее, что было до поступления на вход автомата конкретной комбинации, т.е. могла прийти любая 3х-буквенная комбинация.

Когда поступила конкретная комбинация, РВ будут иметь вид:



**Пример 4.** Составить регулярные выражения для следующего автомата А. На вход А поступают 4х-разрядные двоичные числа – тетрады. Тетрады являются правильными, если они меньше 10, остальные – неправильные. При поступлении на вход автомата любой правильной тетрады на выходе формируется сигнал , при поступлении любой неправильной – сигнал .

**Решение:** Цифры 0 и 1 двоичных тетрад поступают на вход последовательно, пусть  - соответствует поступлению на вход 0,  - поступление 1, поэтому входной алфавит .

Событие R1 – содержит все слова, соответствующие неправильным тетрадам, а R2 – событие, содержащее слова, соответствующие правильным тетрадам.



Аналогично записывается РВ для R2 .

**Пример 5.** Построить автомат для выдачи магнитной карты в метро. Автомат принимает монеты достоинством 1 или 2 руб., карта стоит 4руб.

**Решение:** Входной алфавит X={1, 2} – в соответствии с монетами, которые может принимать автомат. Выходной алфавит – 1- выдача карты, 0 – отказ/ожидание, с – сброс/возврат денег, Y={1, 0, c}.

РВ, соответствующее выдаче карты – перебор комбинаций монет 1 и 2, чтобы получить требуемую сумму 4руб. в т.ч. без сдачи - 

РВ, описывающее сброс монет при неверной сумме – 

РВ при отказе – 

Граф автомата, построенный по приведенным РВ.



Отмеченная таблица переходов

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | с |
|  | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** | **S5** | **S6** |
| 1 | S2 | S3 | S4 | S5 | S2 | S2 |
| 2 | S3 | S4 | S5 | S6 | S3 | S3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** | **S5** | **S6** |
| 1 | S20 | S30 | S40 | S51 | S20 | S20 |
| 2 | S30 | S40 | S51 | S6c | S30 | S30 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **S1** | **S2** | **S3** | **S4** |
| 1 | S20 | S30 | S40 | S11 |
| 2 | S30 | S40 | S11 | S1c |



**Пример 6.** Синтезировать автомат по продаже билетов стоимостью 5руб. Автомат может принимать монеты 1,2,5 руб.

**Решение:** Входной алфавит X={1, 2, 5} – в соответствии с монетами, которые может принимать автомат. Выходной алфавит – 1- выдача билета, 0 – отказ/ожидание, с – сброс/возврат денег, если введена неверная сумма (>5руб.), Y={1, 0, c}.

1) РВ, соответствующее выдаче билета – перебор комбинаций монет 1, 2, 5 чтобы получить требуемую сумму 5руб. без сдачи

2) РВ, соответствующее ожиданию – не вся сумма введена

3) РВ при Вводе неверной суммы – перебор возможных комбинаций.

***Задание к работе:***

Записать и проработать решения примеров 1-6.

***Вопросы для самоконтроля:***

1. Перечислите правила построения граф-схем переходов.
2. Объясните экспериментальный подход абстрактного автомата?
3. Дайте определение понятию дерево управления?

***Тема:*** Синтез автомата

***Общие теоретические положения***

***Структурный синтез автомата***

В качестве элементов памяти структурного автомата обычно используются триггеры.

**Триггер** – это устройство, имеющее два устойчивых состояния, в которые он переходит под действием определённых входных сигналов.

Обычно в триггерах выделяют два вида входных сигналов (и соответственно входов): информационные и синхросигналы.

Информационные сигналы определяют новое состояние триггера и присутствуют в любых триггерах. По типу информационных сигналов осуществляется классификация триггеров: *D, T, RS, JK* и т.д.

На синхровход триггера поступают тактирующие импульсы задающего генератора, синхронизирующего работу А.

Рассмотрим основные типы триггеров, используемые для синтеза А: *D, T, RS, JK*.

***D*-триггер** – элемент задержки – имеет один информационный вход *D* и один выход *Q* и осуществляет задержку поступившего на его вход сигнала на один такт.

Условное обозначение и таблица переходов *D*-триггера представлена на рис. .



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *D* | *Q t* | *Qt+1* |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Таблица переходов *D-*триггера.

Из приведенной таблицы переходов для данного триггера *Q*t+1 = *f*(*Q*t,*D*t) можно получить таблицу функций его входов *D*t = ϕ(*Q*t, *Q*t+1).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Q t* | *Q t+1* | *Dt* |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1Таблица функции входов *D-*триггера. | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Как видно из таблицы, состояние, в которое переходит триггер (средний столбец), совпадает с поступившим на его вход сигналом *D*(*t*) (правый столбец). В связи с этим таблица функций возбуждения памяти синтезируемого автомата с использованием *D*-триггеров будет полностью совпадать с кодированной таблицей переходов этого автомата.

***T*-триггер** – триггер со счетным входом – имеет один информационный вход *Т* и один выход *Q* и осуществляет суммирование по модулю два значений сигнала *T* и состояния *Q* в заданный момент времени.



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *T* | *Q t* | *Qt+1* |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Таблица переходов *T-*триггера.

Таблица функций входов триггера *T*t = *f*(*Q*t, *Q*t+1) представлена в таблице.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Q t* | *Q t+1* | *Tt* |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1Таблица функции входов *T-*триггера. | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

***RS*-триггер** – триггер с раздельными входами.

Данный триггер имеет два входных канала *R* и *S* и один выходной *Q*. Вход *S* (set) называется входом установки в единицу, вход *R* (reset) – входом установки в нуль. Условное обозначение и таблица переходов *RS*-триггера представлена на рис. 27.

В таблице переходов при подаче комбинации *S* = *R* = 1 состояние перехода *Q*t+1 не определено и эта комбинация сигналов является запрещенной для *RS*-триггера.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *R* | *S* | *Q t* | *Q t+1* |  |  | *R* | *S* | *Q t+1* |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |  |  | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |  |  | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 | – |
| 1 | 0 | 0 | 0 |  |  |  |  | б) |
| 1 | 0 | 1 | 0 |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 0 | – |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | – | а) |  |  |  |  |

Таблица переходов *RS-*триггера.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Qt* | *Q t+1* | *Rt* | *S* |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

Таблица входов RS-триггера.

***JK- триггер –*** имеет два информационных входа *J* и *K* и один выход *Q*. Вход *J –* вход установки в 1, вход *K* – вход установки в 0, т.е. эти входы аналогичны соответствующим входам *RS*-триггера: *J* – соответствует *S*,  *K* – соответствует *R*. Однако, в отличие от *RS*-триггера, входная комбинация *J* = 1, *K*= 1 не является запрещённой.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *J* | *K* | *Q t* | *Q t+1* |  |  | *J* | *K* | *Q t+1* |
| 0 | 0 | 0 | 0 |  |  | 0 | 0 | *Q t* |
| 0 | 0 | 1 | 1 |  |  | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |  |  | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |  |  | 1 | 1 | *Q t* |
| 1 | 0 | 0 | 1 |  |  |  |  | б) |
| 1 | 0 | 1 | 1 |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |
| 1 | 1 | 1 | 0 | а) |  |  |  |  |

Таблица переходов *JK-*триггера.

Как следует из таблиц переходов, для комбинаций входных сигналов *JK* = 00÷10 триггер ведет себя как *RS*-триггер, а при комбинации *JK* = 11 – как *T*-триггер.

***Использование триггеров.***

При большом числе состояний автомата обычно выгоднее использовать D — триггеры.

Если граф переходов автомата имеет относительно небольшое число состояний и почти не содержит петель, предпочтение можно отдать использованию Т—триггера.

При большом количестве петель или требовании установки автомата в начальное состояние потребуется использовать RS-триггер.

Наиболее известным методом решения данной задачи является ***канонический метод структурного синтеза***, предусматривающий выполнение следующих шагов:

**Шаг 1.** Выбор набора элементов памяти (ЭП) (триггеров) и системы логических элементов;

В качестве системы логических элементов используются элементы булева базиса – И ИЛИ НЕ и их комбинации.

**Шаг 2.** Кодирование входных, выходных сигналов и внутренних состояний автомата. Для этого первоначально необходимо определить наименьшее количество букв для кодирования полученных на этапе абстрактного синтеза входных и выходных сигналов.

Наименьшее число ЭП определяется величиной , где *п —* число внутренних состояний автомата. Эта же формула используется и для определения количества букв для кодирования входных и выходных сигналов:

, где *п —* число входных сигналов (букв входного алфавита X).

, где *п —* число выходных сигналов (букв выходного алфавита Y).

Для борьбы с «состязаниями»/гонками ЭП применяется методика противогоночного кодирования, предотвращая любую возможность перехода в «чужое» состояние под воздействием входных сигналов.

С точки зрения упрощения входной КЛС определенный эффект может дать следующий прием. Наиболее «популярные» состояния (по числу заходящих дуг) абстрактного автомата предлагается кодировать наименьшим числом единиц.

В результате строится кодированная таблица (или кодированный граф) переходов и выходов.

**Шаг 3.** Формирование по имеющейся кодированной таблице (графу) переходов и выходов функций возбуждения для каждого ЭП и выходных функций в виде соответствующих ФАЛ;

**Шаг 3.** Синтез входной и выходной КЛС; для этой цели применяются классические методы минимизации ФАЛ.

***Пример проведения структурного синтеза по графу автомата***

Синтезировать структурный автомат, представленный таблично и графом.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **S0** | **S1** | **S2** | **S3** |
| **X1** | S1 Y1 | S0 Y2 | S1 Y1 | S0 Y1 |
| **X2** | S2 Y2 | S2 Y2 | S3 Y1 | S1 Y2 |



1. Выбор элементного базиса

– логические элементы И ИЛИ НЕ

– В качестве элементов памяти выбран Т-триггер, т.к. число состояний графа небольшое и нет петель.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | *T* | *Q t* | *Qt+1* |
|  | 0 | 0 | 0 |
|  | 0 | 1 | 1 |
|  | 1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 1 | 0 |

2. Кодирование

– входные сигналы ,

 - потребуется минимум 1 буква для кодирования

– выходные сигналы

 - потребуется минимум 1 буква для кодирования

– внутренние состояния 

 - потребуется минимум 2 Т-триггера

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | **a** |  | **Y** | **b** |
| X1 | 0 |  | Y1 | 0 |
| X2 | 1 |  | Y2 | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **S** | **Z1** | **Z2** |
| S0 | 0 | 1 |
| S1 | 0 | 0 |
| S2 | 1 | 0 |
| S3 | 1 | 1 |

Данный вариант кодирования основан на следующем: состояние автомата с наибольшем числом заходящих дуг кодируется нулями, т.о. состояние, куда заходит наименьшее число дуг кодируется единицами. Остальные – промежуточными вариантами.

**Построение кодированной таблицы переходов и выходов.**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Код вх.букв** | **Код сост в момент T** | **Код сост в момент T+1** | **Функции возбуждения** | **Код вых.букв** |
|  | **a** | **Z1(t)** | **Z2(t)** | **Z1(t+1)** | **Z2(t+1)** | **V1** | **V2** | **b** |
| X1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
|  | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
|  | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| X2 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
|  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
|  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Запись кодов состояний.

В столбцы **Z1(t)** и **Z2(t)** записывается набор кодов состояний автомата последовательно для всех вариантов кодов входных букв. Для данного примера – сначала перечислены все коды состояний (01; 00; 10; 11) для кода входной буквы X1 , затем записываются все коды состояний для кода входной буквы X2 .

В столбцы **Z1(t+1)** и **Z2(t+1)** записываются коды состояний автомата, в которые по соответствующей букве происходит переход. Происходит анализ переходов по графу или таблице автомата. Например (1-я строка кодированной таблицы переходов), из состояния S0 (код 01) по входной букве X1 (код 0) происходит переход в состояние S1 (код 00), в столбец «код вых.буквы» (b) этой же строки будет записан код выходной буквы Y1 (код 0), т.е. выходная реакция, соответствующая этому переходу. На рисунке ниже представлен рассмотренный переход графа автомата.



Рис. Переход графа автомата

Если из текущего состояния перехода по указанной входной букве нет, то начиная со столбцов **Z1(t+1)** и **Z2(t+1)** и до конца в текущей строке записываются прочерки и в последующем строка исключается из рассмотрения.

При заполнении столбцов функций возбуждения. Потребуется анализ таблицы переходов *T-*триггера.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *T* | *Q t* | *Qt+1* |
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

Для заполнения столбца **V1** проводится анализ столбцов **Z1(t)** и **Z1(t+1)** . Столбец **Z1(t)** сопоставляется со столбцом *Qt* таблицы переходов *T-*триггера, а **Z1(t+1)** с *Qt+1* таблицы переходов *T-*триггера. Например, в рассматриваемой 1-й строке кодированной таблицы в столбцах **Z1(t)** и **Z1(t+1)** стоят 0 и 0 соответственно, далее в таблице переходов Т-триггера в столбцах *Qt*и *Qt+1* ищется такая же комбинация 0 и 0 и соответствующее значение столбца T записывается в ячейку столбца **V1** . Выполнив такие же действия с данными столбцов **Z2(t)** и **Z2(t+1)** (имеем 1 и 0) в в ячейку столбца **V2** будет записана 1, соответствующая комбинации 10 для *Qt*и *Qt+1* таблицы переходов *T-*триггера.

На нижеследующем рисунке схематично представлено заполнение строки кодированной таблицы переходов.



Рис. Схема заполнения кодированной таблицы переходов

Запись функций возбуждения.

Для записи ФВ используются строки, содержащие 1 в столбце, соответствующем рассматриваемой ФВ. Для анализа потребуются столбцы **a, Z1(t)** и **Z2(t) .** 1 соответствует истинному значению столбца, 0 – его отрицанию, т.е., если в анализируемой строке столбца **а** записан 0, то в выражение для ФВ будет записано «», если стоит 1, то будет записано «а». Логическое произведение значений столбцов **a, Z1(t)** и **Z2(t)** для строк, содержащих 1 записывается через логическое ИЛИ.

Если в столбце ФВ находятся все 0, то ФВ равна 0 (V=0) и в КЛС на вход триггера, которому соответствует данная ФВ подается 0.





Запись функций выходов выполняется аналогично записи ФВ, т.е. анализируются строки, содержащие 1 в рассматриваемом столбце.



Построение КЛС на основе логических выражений для ФВ и функций выходов.

Сначала логическими элементами формируются ФВ



**Пример 2.** Провести структурный синтез по заданному графу автомата



; 

Решение.

1. Выбор элементов памяти и логических элементов.

В качестве ЭП выбирается RS-триггер. Логические элементы – элементы булева базиса. В данном случае выбор триггера сделан для демонстрации примера использования RS-триггера.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *Qt* | *Q t+1* | *Rt* | *S* |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |

Таблица входов RS-триггера.

2. Кодирование входных, выходных букв и состояний автомата.

– входные сигналы ,

 - потребуется минимум 2 буквы для кодирования

– выходные сигналы

 - потребуется минимум 2 буквы для кодирования

– внутренние состояния 

 - потребуется минимум 2 RS-триггера

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **X** | **a1** | **a2** |  | **Y** | **b1** | **b2** |
| X1 | 0 | 0 |  | Y1 | 0 | 0 |
|  | 0 | 1 |  | Y2 | 0 | 1 |
| X2 | 1 | 0 |  | Y3 | 1 | 0 |
|  | 1 | 1 |  | Y4 | 1 | 1 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **S** | **Z1** | **Z2** |
| S1 | 0 | 0 |
| S2 | 0 | 1 |
| S3 | 1 | 0 |
| S4 | 1 | 1 |

3. Построение кодированной таблицы переходов и выходов.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Код вх.букв** | **Код сост в момент T** | **Код сост в момент T+1** | **Функции возбуждения** | **Код вых.букв** |
|  | **a1** | **a2** | **Z1(t)** | **Z2(t)** | **Z1(t+1)** | **Z2(t+1)** | **Vr1** | **Vs1** | **Vr2** | **Vs2** | **b1** | **b2** |
| X1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
|  | 0 | 0 | 0 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
|  | 0 | 0 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 0 | 1 | 0 | 0 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
|  | 0 | 1 | 1 | 0 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| X2 | 1 | 0 | 0 | 0 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
|  | 1 | 0 | 1 | 0 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 1 | 0 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 1 | 1 | 0 | 0 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 1 | 1 | 0 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - |
|  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
|  | 1 | 1 | 1 | 1 | - | - | - | - | - | - | - | - |

Кодированную таблицу переходов можно сократить, исключив строки с прочерками.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Код вх.букв** | **Код сост в момент T** | **Код сост в момент T+1** | **Функции возбуждения** | **Код вых.букв** |
|  | **a1** | **a2** | **Z1(t)** | **Z2(t)** | **Z1(t+1)** | **Z2(t+1)** | **Vr1** | **Vs1** | **Vr2** | **Vs2** | **b1** | **b2** |
| X1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
|  | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
|  | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
|  | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| X2 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
|  | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |

Функции возбуждения.









Функции выходов.





КЛС



***Задание к работе:***

Варианты синтезируемых **автоматов**

|  |  |
| --- | --- |
| Выбираемые данные автомата | Варианты заданий |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Вариант графапо рис. 9.9 | а | б | в | г | д | е | ж | и | а | б | в | г | д | е | ж | и |
| Тип используемых триггеров | D | D | D | D | JK | JK | JK | JK | RS | RS | RS | RS | D | D | D | D |
| Комбинации входных сигналов http://edu.dvgups.ru/METDOC/GDTRAN/YAT/AT/TEOR_DISK_USTR/METOD/UP_LAB/frame/9_1.files/image002.gif, http://edu.dvgups.ru/METDOC/GDTRAN/YAT/AT/TEOR_DISK_USTR/METOD/UP_LAB/frame/9_1.files/image004.gif*a**b**c**d* | 00011011 | 11000110 | 10110001 | 01101100 | 11100100 | 00111001 | 01001110 | 10010011 | 00110110 | 10001101 | 01100011 | 00011011 | 11000110 | 10110001 | 01101100 | 11100100 |
| Выбираемые данные автомата | Варианты заданий |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| Вариант графапо рисунку | а | б | в | г | д | е | ж | и | а | б | в | г | д | е | ж | и |
| Тип используемых триггеров | JK | JK | JK | JK | RS | RS | RS | RS | D | D | D | D | JK | JK | JK | JK |
| Комбинации входных сигналов http://edu.dvgups.ru/METDOC/GDTRAN/YAT/AT/TEOR_DISK_USTR/METOD/UP_LAB/frame/9_1.files/image002.gif, http://edu.dvgups.ru/METDOC/GDTRAN/YAT/AT/TEOR_DISK_USTR/METOD/UP_LAB/frame/9_1.files/image004.gif*a**b**c**d* | 00111001 | 01001110 | 10010011 | 00110110 | 10001101 | 01100011 | 00011011 | 11000110 | 10110001 | 01101110 | 11100100 | 00111001 | 01001110 | 10010011 | 00110110 | 10001101 |



Рисунок. Граф для задания проектируемого автомата

***Вопросы для самопроверки***

1.Какие два вида уравнений включает модель Мура?

2.Какой автомат описывает система уравнений вида:



3.Какие способы используются для представления конечных автоматов?

4.Что представляет собой направленный граф, используемый для описания конечного автомата?

5.Что представляют собой автоматные таблицы?

6.Что представляет собой секвенциальное описание автомата?

7. Какие секвенции называются элементарными?

8.Что представляет собой таблица функций возбуждения элементов памяти конечного автомата?

10.Как выполняется минимизация функций возбуждения элементов памяти при заданном типе триггеров?